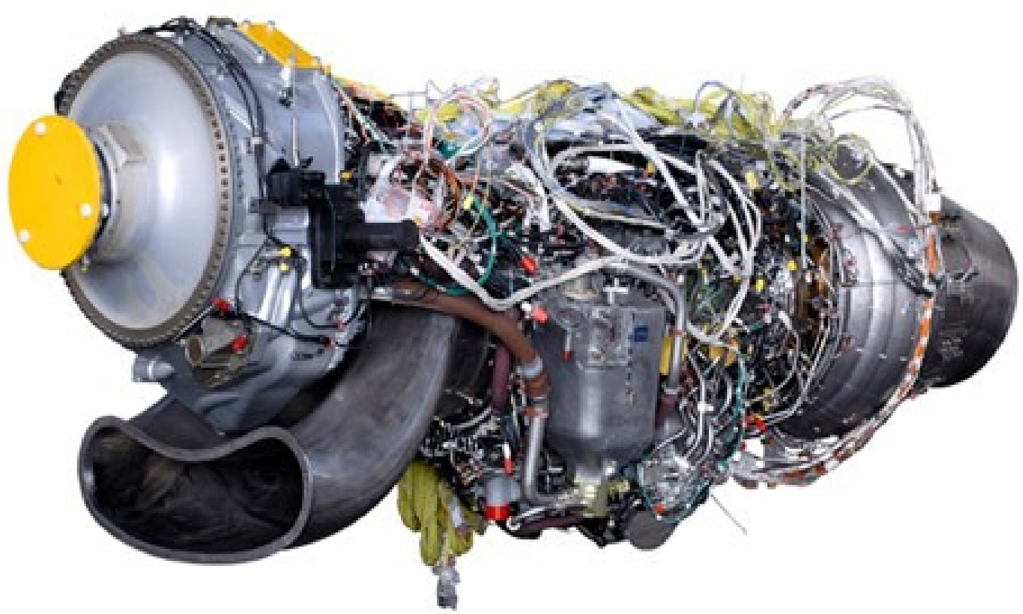
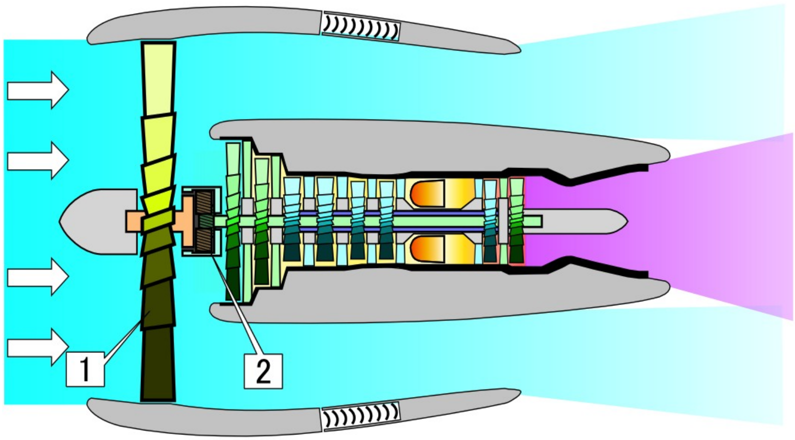
Nouveau Modèle Pour Turbopropulseur

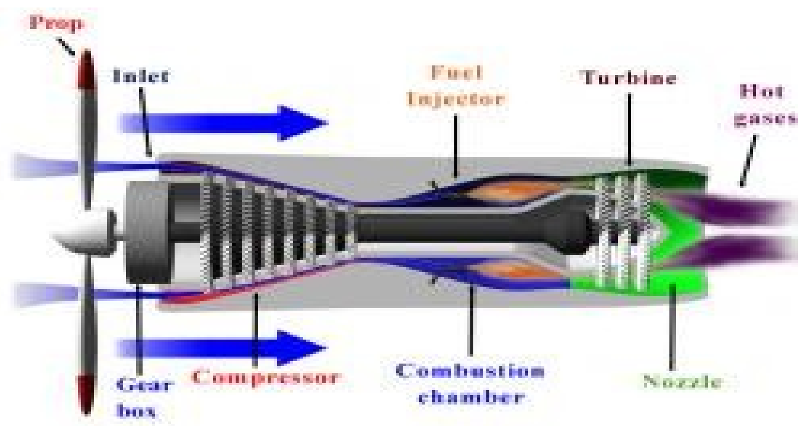


THOREAU Mathis
ZHAO Yidong
EP 4
06/02/2013

Moteur Hélice :



Turbopropulseur :



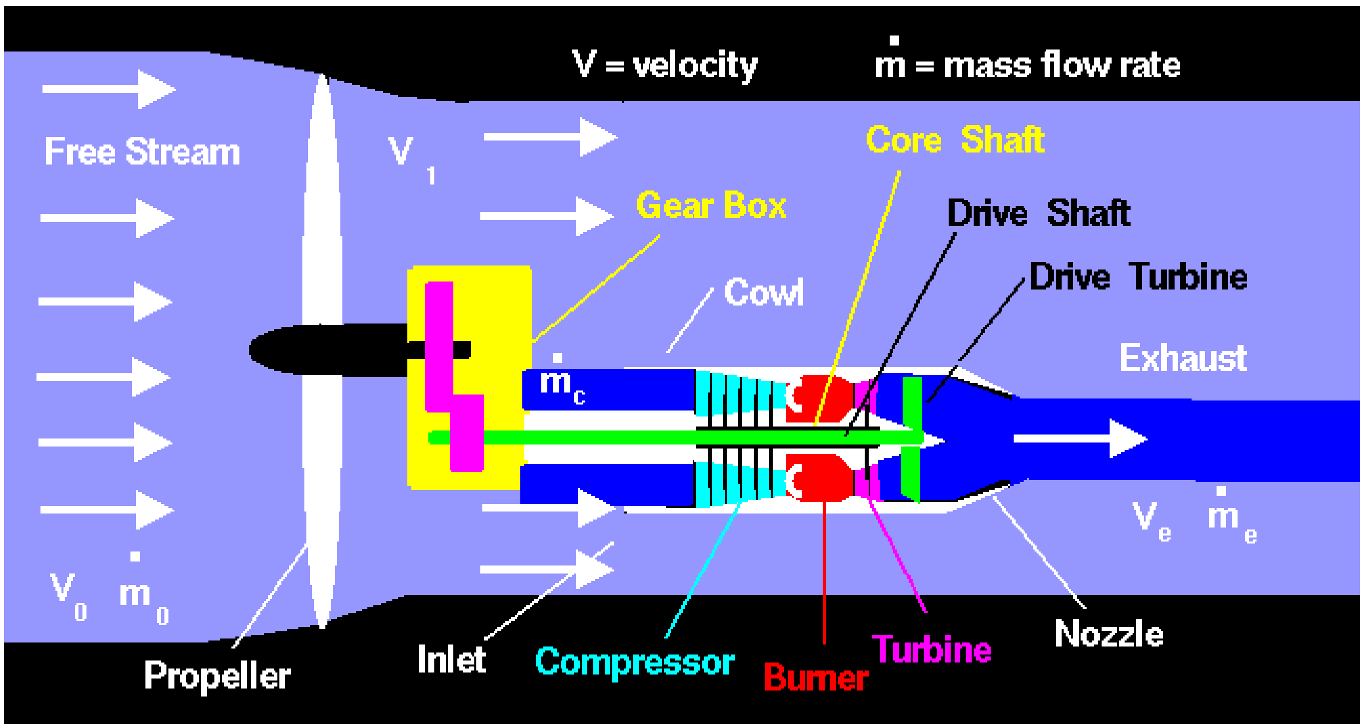
Bilan des forces :

$$\sum F = \vec{R}_x + \vec{T}$$

$$R_x = C_x \frac{\rho V}{2} S_{avion}$$

Turboprop Thrust

Glenn Research Center



Thrust = Thrust of Propeller + Thrust of Core

$$F = \dot{m}_0 V_1 - \dot{m}_0 V_0 + \dot{m}_e V_e - \dot{m}_c V_1$$

$$F = \underbrace{\dot{m}_0 (V_1 - V_0)}_{\text{(Large)}} + \underbrace{\dot{m}_e (V_e - V_1)}_{\text{(Small)}}$$

Mass Flows

$\dot{m}_0 > \dot{m}_c$

$\dot{m}_e \sim \dot{m}_c$

Taux de dilution :
(Bypass Ratio)

Le rapport du flux froid massique (secondaire) sur le flux chaud massique(primaire)

$$BPR=\frac{\dot{m}_{extérieur}}{\dot{m}_{intérieur}}$$

$\dot{m}_0$: débit massique total d'air

$\dot{m}_c$: débit massique d'air entrant en intérieur

$\dot{m}_e$: débit massique du gaz d'échappement

V_0 : vitesse d'air à l'infini (la vitesse de l'avion)

V_p : vitesse d'air avant de traverser le disque de propulseur

V_1 : vitesse d'air passant autour du turbopropulseur

V_e : vitesse du gaz d'échappement

A_p : l'aire du disque créé par le propulseur

A_e : l'aire de la section à la sortie

$$BPR = \frac{\dot{m}_0 - \dot{m}_c}{\dot{m}_c}$$

Quantité du combustible << Quantité d'air

$$\dot{m}_c \approx \dot{m}_e$$

$$\dot{m}_e = \frac{1}{1+BPR}\dot{m}_0$$

Poussée(Thrust) :

$$T = \dot{m}_0 (V_1 - V_0) + \dot{m}_e (V_e - V_1)$$

$$T = \dot{m}_0 \left[(V_1 - V_0) + \frac{1}{1+BPR} (V_e - V_1) \right]$$

$$V_p = \frac{1}{2} (V_0 + V_1)$$

$$\dot{m}_0 = \rho_1 A_p V_p = \frac{1}{2} \rho_1 A_p (V_0 + V_1)$$

$$T = \frac{\rho_1 A_p (V_0 + V_1)}{2(1+BPR)} \left[(1+BPR)(V_1 - V_0) + (V_e - V_1) \right]$$

Chercher la valeur de Ve :

$$\dot{m}_e = \rho_4 V_e A_e$$

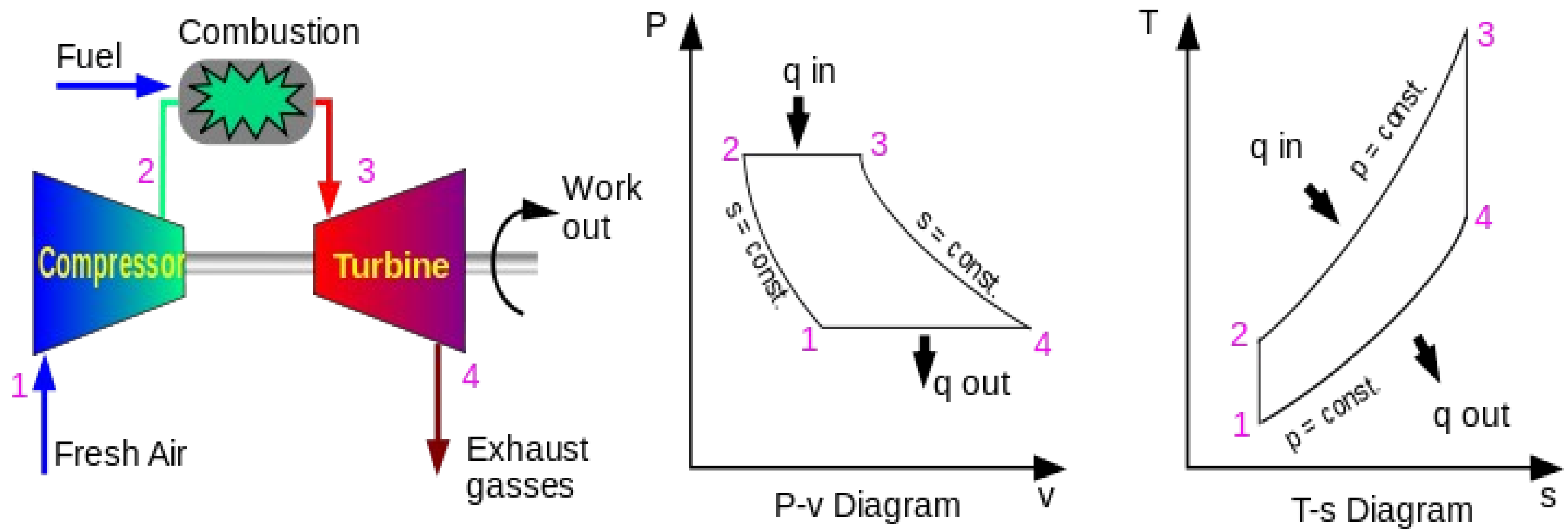
$$V_e = \frac{\dot{m}_e}{\rho_4 A_e}$$

$$V_e = \frac{\dot{m}_0}{\rho_4 A_e (1 + BPR)}$$

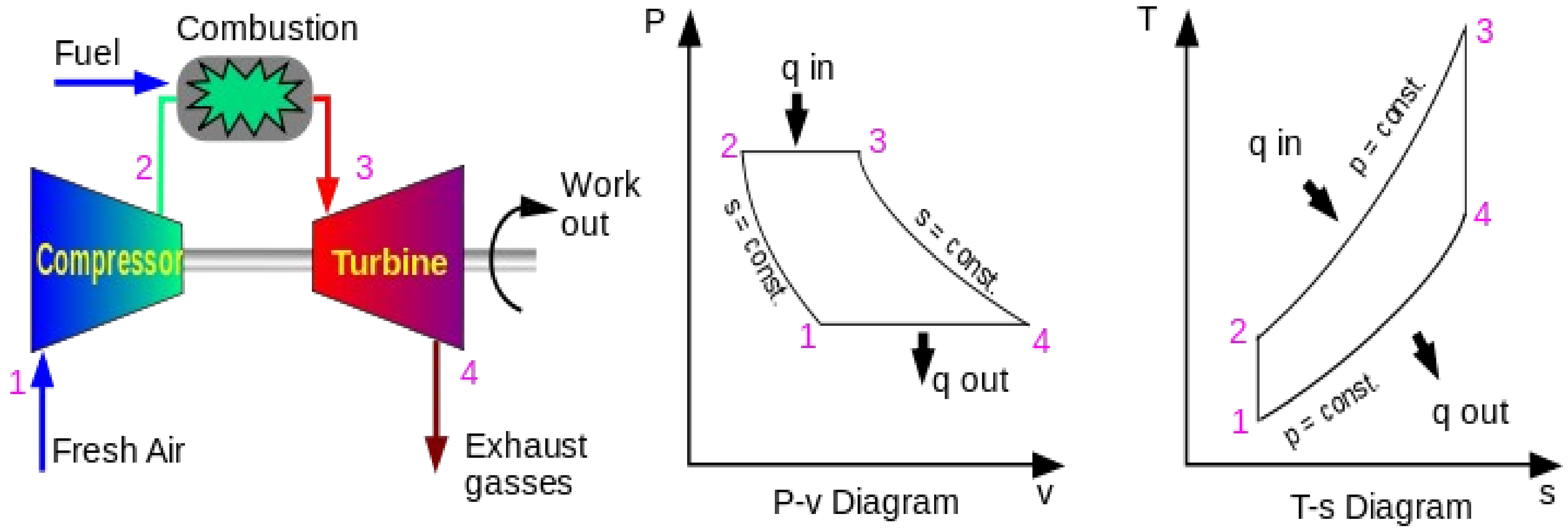
Loi de gaz parfait :

$$PV = nRT$$

$$P = \rho\, rT$$



Cycle de Brayton



$$P_3 = P_2$$

$$P_4 = P_1 = P_{ambient}$$

$$P^{1-\gamma} T^{\gamma} = constant$$

3-4: isentropic

$$T_4 = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_3$$

$$\frac{P_3}{P_4}=\frac{P_2}{P_1}=r_C(taux\ de\ compression)$$

$$\rho_4=\frac{P_4}{rT_4}=\frac{P_{ambient}}{r(r_C)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}T_3}$$

$$V_e=\frac{\dot{m}_0}{\rho_4 A_e(1+BPR)}$$

Chercher la valeur de V1

La relation montré dans
le 1er modèle:

$$\frac{\rho}{2}\left(V_1^2 - V_0^2\right) = \frac{2P_{shaft}\,\eta_G}{A\left(V_0 + V_1\right)}$$

$$\boxed{\text{Dichotomie}} \xrightarrow{\text{V0}} \boxed{\text{V1}}$$

INSA ROUEN

Résolution:

$$\frac{\rho}{2}\left(V_1^2 - V_0^2\right) = \frac{2P_{shaft}\,\eta_G}{A\left(V_0 + V_1\right)}$$

$$\boxed{\text{Dichotomie}} \xrightarrow{\text{V0}} \boxed{\text{V1}}$$

$$V_e = \frac{\dot{m}_0}{\rho_4 A_e (1 + BPR)}$$

$$\dot{m}_0 = \frac{1}{2}\rho_1 A_p (V_0 + V_1)$$

$$\rho_4 = \frac{P_{ambient}}{r\left(r_C\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_3}$$

$$T = \frac{\rho_1 A_p (V_0 + V_1)}{2(1 + BPR)}\left[(1 + BPR)(V_1 - V_0) + (V_e - V_1)\right]$$

Ayant la valeur de T, on revient sur l'équation différentielle de la seconde loi de Newton

$$m\frac{dV_0}{dt} = \sum F = T - C_x \frac{\rho V_0}{2} S_{avion}$$

En utilisant la méthode numérique, on pourra déterminer la vitesse ainsi que la poussée en fonction du temps ou de la distance parcourue

En testant le programme nous trouvons des problèmes liés à la valeur numérique de la vitesse d'échappement des gaz (Ve=1000m/s).

On établit donc un nouveau modèle :

$$Ve=\sqrt{2*Cp*Tt_e*\eta_e*\left(1-\frac{1}{NPR}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} \quad et \quad NPR=\frac{Pt_e}{P_e}$$

Avec e l'indice de sortie de turbine, t l'indice total n un rendement.

On peut écrire la loi de Pression totale et température totale en fonction du nombre de Mach :

$$\frac{Tt}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M^2$$

$$\frac{Pt}{P} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

On peut donc écrire :

$$Ve = \sqrt{2 * Cp * T * \eta_e * \left(\frac{\gamma - 1}{2} \cdot M^2\right)}$$

Un problème subsiste pour la valeur initiale de M=f(Ve). On remarque que Ve reste stable en fonction du temps. Ainsi on pose Ve très petit et différent de zéro afin de ne pas trop influer sur les calculs. Voici un exemple de résultats pour Ve :

1.19003291853986412E-004	0.69994566707982586
2.63725870614869124E-004	18.518102508591177
6.38318015254861091E-004	95.249468519976674
1.21313163037066289E-003	216.02081470317967
2.17578688437607007E-003	325.32101524045152
3.44554354159967453E-003	399.22743513049414
5.16540974118246191E-003	442.25678901866593
7.22605701541880179E-003	465.48058701668919
9.75434360014350473E-003	477.54588354743703
1.26324181140467975E-002	483.69530511274820
1.59827080278984457E-002	486.79964756327547
1.96851570107830255E-002	488.35928215835787
2.38610382462043635E-002	489.14097227161972
2.83897598054665065E-002	489.53228640645568
3.33922827135253314E-002	489.72806085287328
3.87479027241408869E-002	489.82597743452328
4.45774807548658600E-002	489.87494306667060
5.07603065013148697E-002	489.89942771828890
5.74171938808905463E-002	489.91167050301095
6.44274531566490644E-002	489.91779201010354
7.19118645116387789E-002	489.92085279233316
7.97497654618925939E-002	489.92238319061886
8.80619057507599501E-002	489.92314839155443
9.67276518436663429E-002	489.92353099247038
0.10586772384457765	489.92372229304044
0.11536151761676629	489.92381794335347
0.12532972380114285	489.92386576851703
0.13565176779497473	489.92388968110055
0.14644831079638640	489.92390163739270
0.15759880779479607	489.92390761553889
0.16922389052669828	489.92391060461205
0.18120304361236900	489.92391209914859

Les données sur l'ATR72 ont servi de K-Test.
Quelques résultats :